

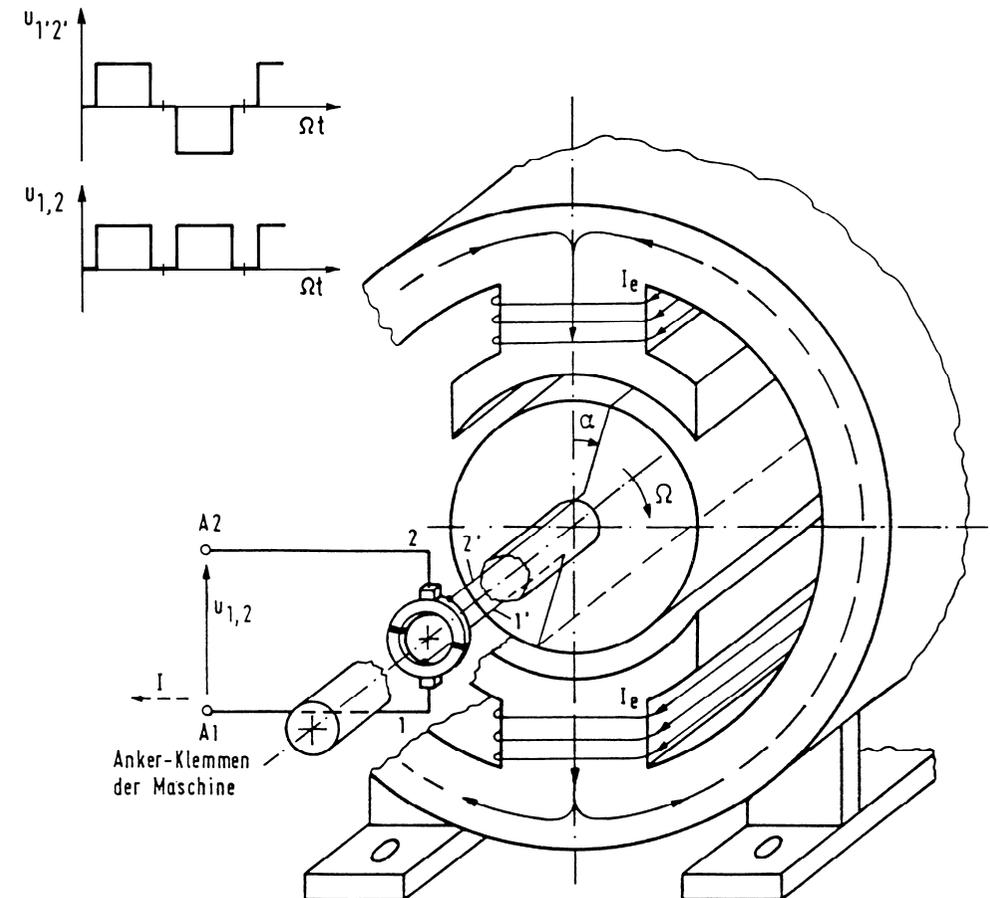
ÜBUNGEN ZU „ELEKTRISCHE ENERGIETECHNIK II“

Umdruck III: Gleichstrommaschinen

1 Aufbau, Grundgleichungen

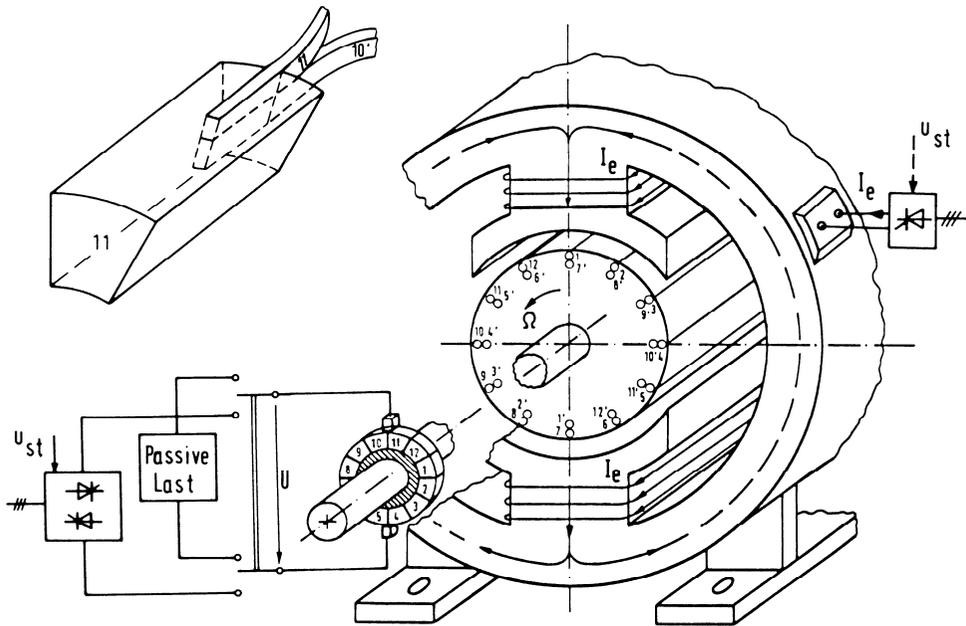
1.1 Mechanischer Aufbau

- **Stator:**
Hohlzylinder aus Massiveisen, ausgeprägte Magnetpole (Hauptpole) mit konzentrierten Erregerwicklungen, zusätzlich meist Wendepole (ab ca. 1 kW aufwärts), gegebenenfalls Kompensationswicklung in den Polschuhen der Hauptpole.
- **Rotor:**
Aus Blechen geschichteter Zylinder mit Nuten, in welche die Ankerwicklung eingelegt ist. Die Spulen der Ankerwicklung sind mit den Lamellen des Kommutators verbunden.
- Verbindung zwischen Ankerwicklung und feststehender Umwelt:
mittels räumlich feststehender **Bürsten**, die auf dem rotierenden **Kommutator** schleifen.

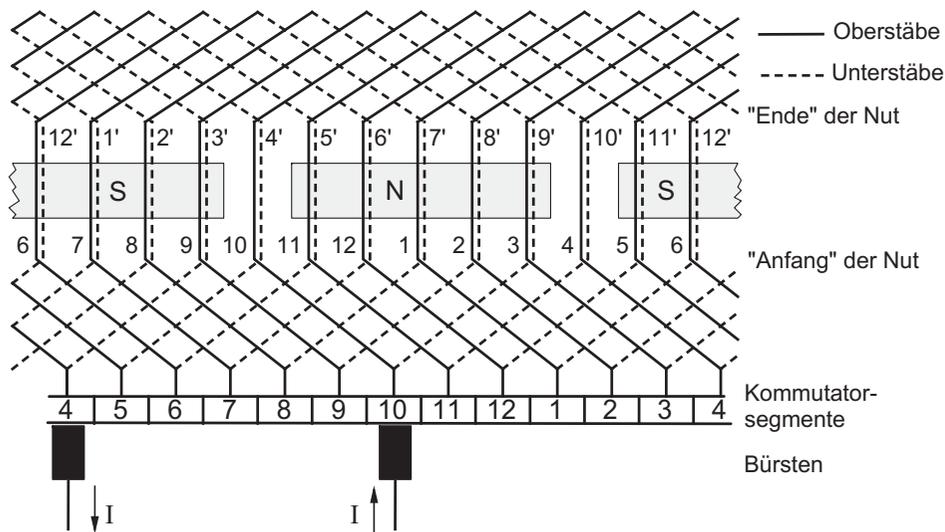


Der Kommutator übernimmt die Funktion eines „mechanischen Gleichrichters“ für die im Anker induzierte Spannung bzw. eines „mechanischen Wechselrichters“ für den Ankerstrom („Ankerwicklung“ hier mit nur einer einzigen Spule gezeichnet).

Reale Anordnung: Anker mit 12 Nuten, Kommutator mit 12 Segmenten



Abgewinkelte Darstellung der Ankerwicklung:



1.2 Grundgleichungen

Bei Speisung der Hauptpol-Erregerwicklungen mit dem Gleichstrom I_e erzeugen diese ein räumlich feststehendes magnetisches Gleichfeld („Erregerfeld“). Der diesem Feld entsprechende, die Luftspalte und den Rotorzylinder durchsetzende magnetische Fluss ist der „Hauptfluss“ Φ (üblicherweise ohne Index h geschrieben):

$$\Phi = c_1 \cdot I_e$$

Bei permanentmagneterregten Maschinen ist Φ konstant und nicht einstellbar.

Bei Rotation des Rotors mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω im Magnetfeld wird in der Ankerwicklung eine Spannung U_i induziert (arithmetischer Mittelwert der durch den Kommutator gleichgerichteten induzierten Wechselspannung):

$$U_i = K \cdot \Phi \cdot \Omega$$

Hauptfluss und Ankerstrom bilden zusammen das Drehmoment der Maschine:

$$M_i = K \cdot \Phi \cdot I$$

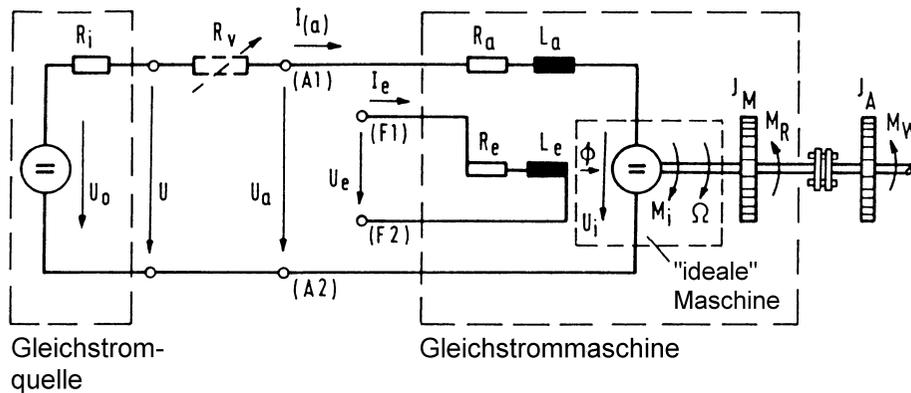
2 Ersatzschaltbilder, Betriebskennlinien, Leistungsfluss

Je nach Art der Erregung (Erzeugung des Hauptflusses Φ) unterscheidet man fremderregte, nebenschlusserregte, permanenterregte und reihenschlusserregte Gleichstrommaschinen.

2.1 Fremderregte Gleichstrommaschinen

Bei fremderregten Gleichstrommaschinen wird die Erregerwicklung von einer separaten Spannungsquelle gespeist, der Erregerstrom I_e und damit der Hauptfluss Φ sind also unabhängig vom Ankerstrom I einstellbar.

2.1.1 Ersatzschaltbild



2.1.2 Momentenkennlinie $M_i = M_i(n, U, \Phi, R_V)$

Aus den Grundgleichungen $M_i = K \cdot \Phi \cdot I$ und $U_i = K \cdot \Phi \cdot \Omega$ ergibt sich mit der Maschengleichung $I = \frac{U - U_i}{R_a + R_V}$ das innere Drehmoment:

$$M_i = \frac{K \cdot \Phi}{R_a \left(1 + \frac{R_V}{R_a}\right)} \cdot (U - K \cdot \Phi \cdot \Omega)$$

Zwei besondere Betriebszustände:

1. Stillstand ($\Omega = 0$):

$$M_i|_{\Omega=0} \stackrel{!}{=} M_{st} = \frac{K \cdot \Phi \cdot U}{R_a \left(1 + \frac{R_V}{R_a}\right)} = K \cdot \Phi \cdot I_{st} \quad \text{Stillstands Drehmoment}$$

$$U_i|_{\Omega=0} = 0 \quad \text{keine induzierte Spannung}$$

$$I|_{\Omega=0} = I_{st} = \frac{U}{R_a + R_V} \quad \text{Ankerstrom nur durch } R_a \text{ und } R_V \text{ begrenzt}$$

2. Leerlauf ($M_i = 0$):

$$\Omega|_{M_i=0} \stackrel{!}{=} \Omega_\ell = \frac{U}{K \cdot \Phi} \quad \text{Leerlaufdrehzahl}$$

$$I|_{M_i=0} = 0 \quad \text{kein Ankerstrom, kein Drehmoment}$$

$$U_i|_{M_i=0} = U \quad U_i \text{ in Höhe der angelegten Spannung } U$$

Definition des Schlupfes:

$$s = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} = 1 - \frac{n}{n_{lN}}$$

„bezogene Abweichung der Drehzahl von der Leerlaufdrehzahl“

Normierte Darstellung:

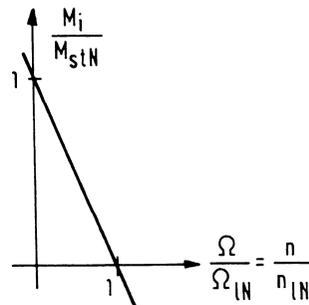
Anstelle der Rechnung mit absoluten Zahlenwerten ist es oftmals günstiger, auf feste Bezugswerte zu normieren:

Mit $U_N = K \cdot \Phi_N \cdot \Omega_{lN}$, $\frac{U_N}{R_a} = I_{stN}$ und $M_{stN} = K \cdot \Phi_N \cdot I_{stN}$ folgt:

$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_a}} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_N} \cdot \left[\frac{U}{U_N} - \frac{\Phi}{\Phi_N} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} \right]$$

Die „natürliche“ Kennlinie liegt vor für $R_v = 0$, $U = U_N$ und $\Phi = \Phi_N$:

$$\frac{M_i}{M_{stN}} = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} = 1 - \frac{n}{n_{lN}} = s$$



Bei Wahl des Nenndrehmoments als Bezugswert:

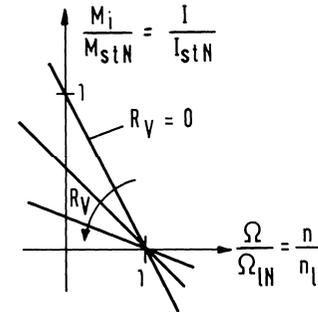
$$\frac{M_i}{M_{iN}} = \frac{1}{s_N} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_a}} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_N} \cdot \left[\frac{U}{U_N} - \frac{\Phi}{\Phi_N} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} \right]$$

„Natürliche“ Kennlinie für $R_v = 0$, $U = U_N$ und $\Phi = \Phi_N$:

$$\frac{M_i}{M_{iN}} = \frac{1}{s_N} \cdot \left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} \right) = \frac{1}{s_N} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_{lN}} \right) = \frac{s}{s_N}$$

2.1.3 Beeinflussungsmöglichkeiten bei Fremderregung

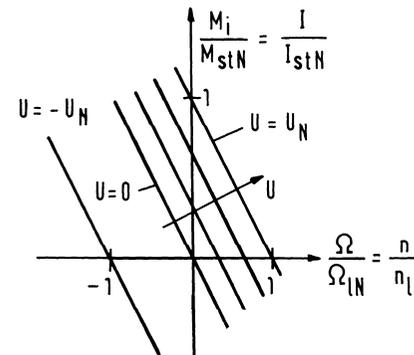
a) durch den Vorschaltwiderstand R_v bei $U = U_N$ und $\Phi = \Phi_N$



$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_a}} \left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_{lN}} \right)$$

R_v vermindert das Stillstands-
moment bzw. den Stillstands-
strom, während die Leerlauf-
drehzahl erhalten bleibt.

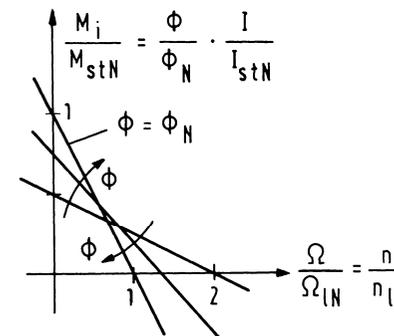
b) durch Änderung der Spannung U bei $R_v = 0$ und $\Phi = \Phi_N$



$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{U}{U_N} - \frac{\Omega}{\Omega_{lN}}$$

U beeinflusst linear sowohl das
Stillstandsmoment als auch die
Leerlaufdrehzahl (gleichsinnig).

c) durch Änderung des magnetischen Flusses Φ bei $R_v = 0$ und $U = U_N$



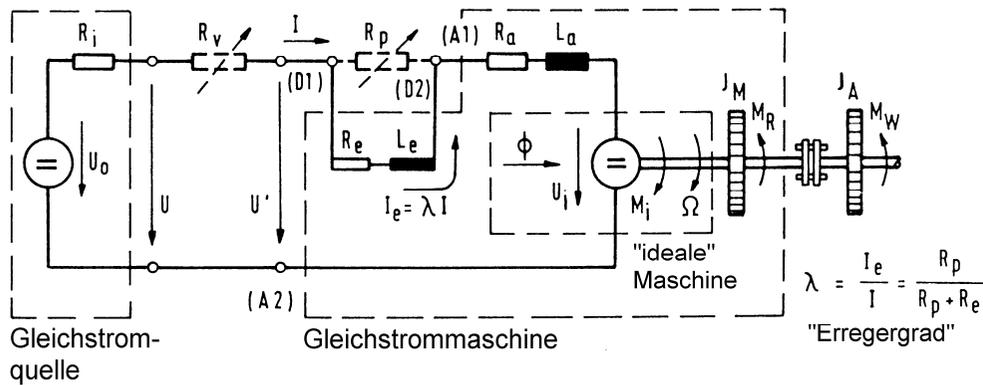
$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{\Phi}{\Phi_N} - \left(\frac{\Phi}{\Phi_N} \right)^2 \cdot \frac{\Omega}{\Omega_{lN}}$$

Φ beeinflusst sowohl das
Stillstandsmoment als auch
die Leerlaufdrehzahl (in
umgekehrtem Verhältnis).

2.2 Gleichstrom-Reihenschlussmaschinen

Bei Reihenschlussmaschinen ist die Feldwicklung in Reihe zur Ankerwicklung geschaltet (und muss daher für den Ankerstrom dimensioniert werden).

2.2.1 Ersatzschaltbild



2.2.2 Momentenkennlinie $M_i = M_i(n, U, \lambda, R_v)$

Infolge der Reihenschaltung der Ankerwicklung und der Erregerwicklung gilt jetzt $I_e = \lambda \cdot I$ und für den Erregerfluss $\Phi = c_1 \cdot \lambda \cdot I$. Für das Drehmoment ergibt sich daher eine quadratische Abhängigkeit vom Ankerstrom:

$$M_i = K \cdot \Phi \cdot I = K \cdot c_1 \cdot \lambda \cdot I^2 = c_2 \cdot \lambda \cdot I^2 \quad (c_2 = K \cdot c_1)$$

Mit $U_i = c_2 \cdot \lambda \cdot I \cdot \Omega$ und $I = \frac{U}{R_a + \lambda \cdot R_e + R_v + c_2 \cdot \lambda \cdot \Omega}$

ergibt sich das innere Drehmoment:

$$M_i = \frac{c_2 \cdot \lambda \cdot U^2}{(R_a + \lambda \cdot R_e + R_v + c_2 \cdot \lambda \cdot \Omega)^2}$$

Normierte Darstellung:

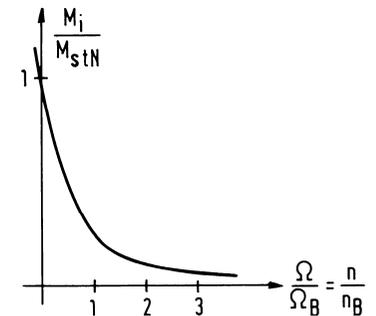
Mit den Beziehungen $\frac{U_N}{R} = I_{stN}$, $c_2 \cdot I_{stN}^2 = M_{stN}$, $R = R_a + R_e$ und

$\frac{R}{c_2} = \Omega_B$ folgt hieraus:

$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \left(\frac{U}{U_N} \right)^2 \cdot \frac{\lambda}{\left[1 + \frac{R_e}{R} \cdot (\lambda - 1) + \frac{R_v}{R} + \lambda \cdot \frac{\Omega}{\Omega_B} \right]^2}$$

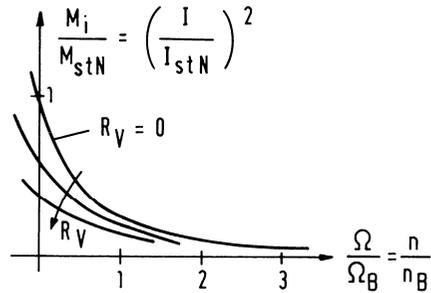
Die "natürliche" Kennlinie der Maschine liegt vor für $R_v = 0$, $U = U_N$ und $\lambda = 1$:

$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_B} \right)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{n}{n_B} \right)^2}$$



2.2.3 Beeinflussungsmöglichkeiten bei Reihenschlusserregung

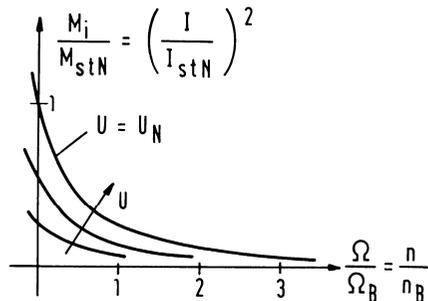
a) durch Vorschaltwiderstand R_V bei $U = U_N$ und $\lambda = 1$



$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_V}{R} + \frac{\Omega}{\Omega_B}\right)^2}$$

R_V vermindert den Stillstandsstrom und damit auch das Stillstandsmoment.

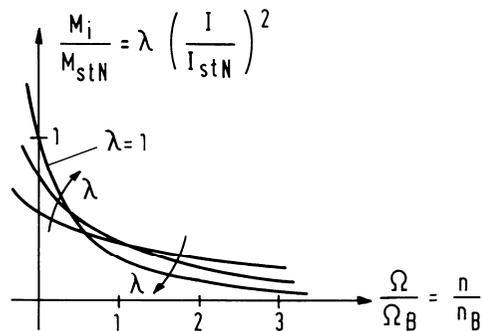
b) durch Änderung der Spannung U bei $R_V = 0$ und $\lambda = 1$



$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \left(\frac{U}{U_N}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_B}\right)^2}$$

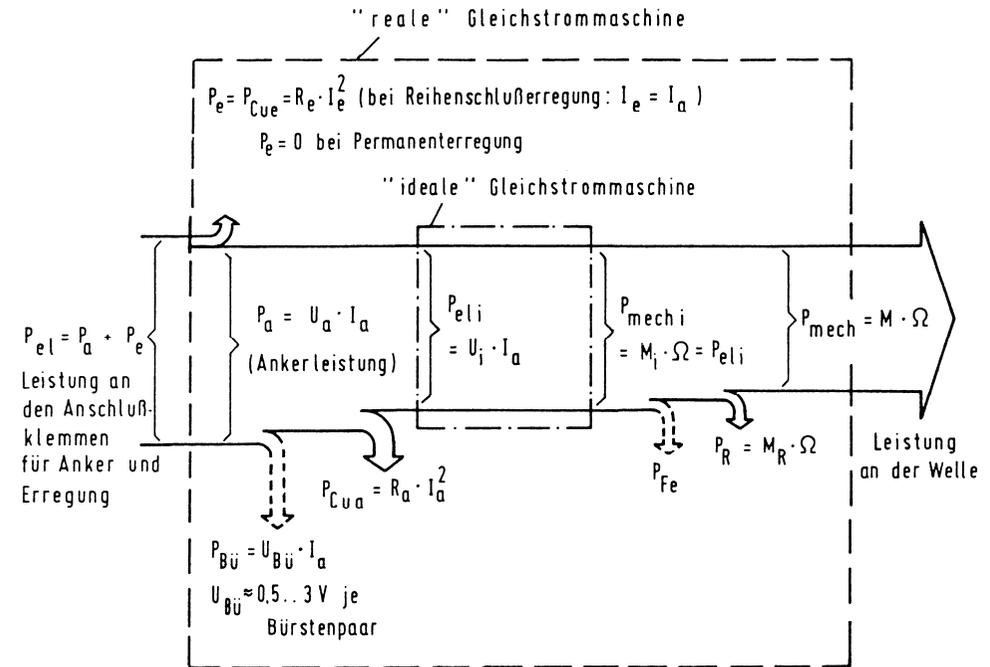
U beeinflusst quadratisch das Drehmoment der Maschine.

c) durch Schwächung des magnetischen Flusses: $\lambda < 1$ bei $R_V = 0$ und $U = U_N$



$$\frac{M_i}{M_{stN}} = \frac{\lambda}{\left(1 + \frac{R_e}{R} \cdot (\lambda - 1) + \lambda \cdot \frac{\Omega}{\Omega_B}\right)^2}$$

2.3 Leistungsfluss bei Gleichstrommaschinen



Leistungsbilanz (Motorbetrieb):

$$P_{mech} = \underbrace{P_{el} - P_e}_{P_a} - \underbrace{(P_{Bü} + P_{Cua} + P_{Fe} + P_R)}_{\sum \text{Verluste (stets } > 0)}$$

Achtung: Die Erregerleistung P_e geht nur in die Berechnung des Wirkungsgrades ein!

Gesamtwirkungsgrad:

bei Motorbetrieb:

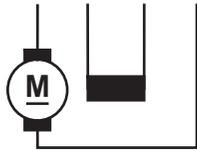
$$\eta_M = \frac{P_{mech}}{P_a + P_e}$$

bei Generatorbetrieb:

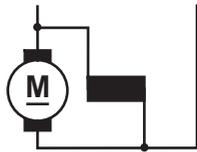
$$\eta_G = \frac{|P_a|}{|P_{mech}| + P_e}$$

2.4 Einige Schaltzeichen für Gleichstrommaschinen (DIN 40 715)

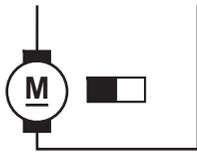
Gleichstrommotor mit Fremderregung



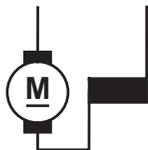
Gleichstrommotor mit Nebenschlusserregung



Gleichstrommotor mit Permanenterregung



Gleichstrommotor mit Reihenschlusserregung



Anhang: Begriffserklärungen zu elektrischen Maschinen

„Nennwerte“ („Bemessungswerte“)

„Nennwerte“ („Bemessungswerte“), z. B. Nennspannung, Nennstrom, Nennleistung, usw. sind gerundete Werte, nach denen Betriebsmittel und Anlagen bemessen (ausgelegt) sind.

Nennwerte sind im Dauerbetrieb zulässig. Eine Überschreitung ist im Allgemeinen nur geringfügig und kurzzeitig möglich. Bei größeren, länger dauernden Überlastungen besteht die Gefahr der Beschädigung oder Zerstörung.

Für den Anwender wichtige Nennwerte werden auf dem „Leistungsschild“ („Typenschild“) angegeben.

Hinweis zur „Nennleistung“ rotierender elektrischer Maschinen:

- Bei **Motoren** ist die „Nennleistung“ die bei Nennbetrieb an der Welle verfügbare mechanische Leistung.
- Bei **Generatoren** ist die „Nennleistung“ die bei Nennbetrieb and den Klemmen verfügbare elektrische Leistung.

„Nennbetrieb“

Der „Nennbetrieb“ bzw. der „Nennbetriebszustand“ liegt vor, wenn sämtliche Größen gleichzeitig ihre Nennwerte annehmen.

Sofern nur einzelne Größen ihren Nennwert aufweisen, liegt kein Nennbetrieb vor.

„Leerlauf“

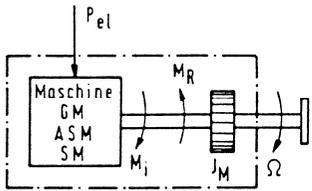
Leerlauf liegt bei einer rotierenden Maschine dann vor, wenn sie (bei sonst normalen Betriebsbedingungen) nicht belastet wird.

„Idealer Leerlauf“ liegt vor, wenn das innere Moment M_i verschwindet. Die hierzu gehörende Drehzahl heißt „Leerlaufdrehzahl“.

Eine reale Maschine muss hierzu angetrieben werden (Überwindung des Reibungsmoments)!

Drehmomentbeziehungen, Pfeilung von Drehmomenten

a) Maschine ohne Belastung



mit Reibungsmoment M_R :

dynamisch: $M_i - M_R = J_M \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

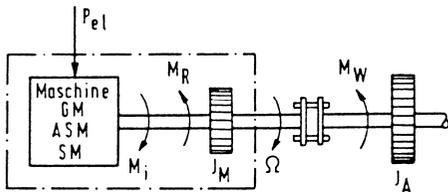
stationär: $M_i = M_R$

ohne Reibung ($M_R = 0$):

dynamisch: $M_i = J_M \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

stationär: $M_i = 0$

b) Maschine mit Belastung



mit Reibung:

dynamisch: $M_i - (M_W + M_R) = J_{ges} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

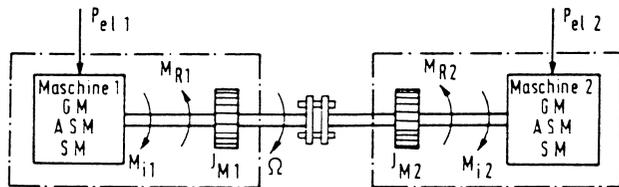
stationär: $M_i = M_W + M_R$

ohne Reibung:

dynamisch: $M_i - M_W = J_{ges} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

stationär: $M_i = M_W$

c) Zwei Maschinen gekuppelt (Umformer)



mit Reibung:

dynamisch: $M_{i1} + M_{i2} - (M_{R1} + M_{R2}) = J_{ges} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

stationär: $M_{i1} + M_{i2} = M_{R1} + M_{R2}$

ohne Reibung:

dynamisch: $M_{i1} + M_{i2} = J_{ges} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$

stationär: $M_{i1} = -M_{i2}$